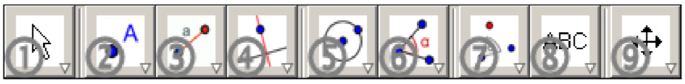
2NDE15 - Geogebra 1 - Février 2007

Télécharger Geogebra à l'adresse :

`http://www.geogebra.org/`

L'installation terminée, choisir Langue→Français dans le menu Options. Ensuite, ouvrir Geogebra :

Chaque commande est accessible par l'intermédiaire de l'un des 9 menus déroulants situés en haut de l'écran.



Dans toute la suite, le numéro du menu déroulant contenant la commande à exécuter est indiqué en bout de ligne.

Exercice 1

- En bas de l'écran, taper dans le champ Saisie :

```
A=(1,1)
B=(5,2)
C=(2,5)
```

- Définir ensuite le vecteur $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$.

(3)

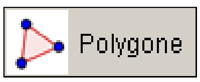
puis sélectionner les points A et B.

- Créer le point D, image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{u}$. Pour cela :

(7)

puis sélectionner le vecteur $\overrightarrow{u}$ et le point C.

- Créer ensuite le polygone ABDC. Pour cela :



(3)

puis sélectionner dans l'ordre les points A, B, D, C et A.

1/ Quelle est la nature de ce polygone ? Justifier la réponse.

- Créer le point E, image du point D par la rotation de centre C et d'angle 60°. Pour cela :

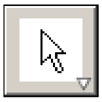
(7)

puis sélectionner dans l'ordre les points D, C et saisir 60° dans la boîte de dialogue.

2/ Pourquoi le triangle EDC est-il équilatéral ? Justifier la réponse.

- Construire à l'extérieur de ABDC les triangles équilatéraux BDF, ABG et ACH.

Se placer en mode séléction. Pour cela :


(1)

puis déplacer le point B à l'aide de la souris. Observer le comportement de la figure.

- Dans le champ Saisie, taper successivement :

```
u1=Vecteur[E,F]
u2=Vecteur[H,G]
Relation[u1,u2]
```

3/ Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Justifier la réponse.

- Créer le point I, milieu de [EG]. Pour cela :

(2)

puis sélectionner le segment [EG].

- Créer ensuite les vecteurs $\overrightarrow{u_3} = \overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{u_4} = \overrightarrow{AD}$. Taper ensuite :

```
Relation[u3,u4]
```

Que peut-on en déduire ?

Exercice 2

Dans le menu Fichier, cliquer sur Nouveau pour commencer une nouvelle figure.

- Créer 3 points distincts A, B et C. Pour cela :

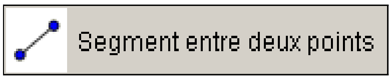
(2)

- Créer ensuite le polygone ABC.

- Créer le point milieu de [AB] . Renommer ce point en C′. Pour cela, cliquer à l'aide du bouton droit de la souris sur le point crée, et choisir Renommer.
Effacer la lettre D et la remplacer par C′.

- Créer ensuite le point A′, milieu de [BC] et le point B′ milieu de [AC] .

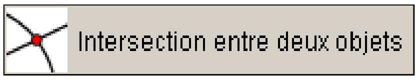
- Créer les segments [AA′] et [BB′]. Pour cela :



(3)

puis sélectionner les points A et A′ et recommencer avec les points B et B′.

- Créer le point G, intersection des segments [AA′] et [BB′]. Pour cela :



(2)

puis sélectionner les segments [AA′] et [BB′] . Renommer le point d'intersection en G.

1/ Que représente le point G pour le triangle ABC ? Justifier la réponse.

- Créer les vecteurs $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{CC'}$.

- Vérifier que ces deux vecteurs sont colinéaires.

2/ Que peut-on en déduire pour les points C, G et G′ ? Justifier la réponse.

- Calculer la norme du vecteur $\overrightarrow{u}$. Pour cela :

(6)

et sélectionner les points C et G. Le nombre associé à cette mesure apparaît dans la fenêtre de gauche. Un clic droit avec la souris sur ce dernier permet d'afficher ses propriétés. Renommer alors cette norme en $n1$.

Calculer la norme $n2$ du vecteur $\overrightarrow{v}$.

- Dans le champ Saisie, taper :

```
k=n2/n1
```

Déplacer alors les points A, B et C et observer que la valeur de k ne change pas.

3/ a) Préciser la valeur constante de k observée (sous forme d'une fraction irréductible) et en déduire une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CG'}$.

b) Déduire de la même façon une relation entre les vecteurs $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BG'}$ puis les vecteurs $\overrightarrow{AG}$ et $\overrightarrow{AG'}$.

- Créer les vecteurs $\overrightarrow{w_1} = \overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{w_2} = \overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{w_3} = \overrightarrow{GC}$.

Dans le champ Saisie, taper :

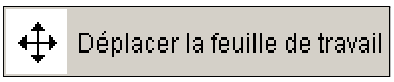
```
w1+w2+w3
```

Le résultat de cette somme de vecteurs apparaît dans le menu gauche sous la forme du vecteur $\overrightarrow{w}$. Déplacer les points A, B et C et observer que les coordonnées de $\overrightarrow{w}$ ne changent pas.

4/ Que peut on dire de la somme $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}$?

Exercice 3

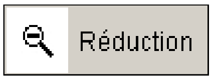
Commencer une nouvelle figure. Il sera nécessaire dans cet exercice de déplacer le centre du repère. Pour cela :



(9)

maintenir le bouton gauche de la souris appuyé à un endroit quelconque du repère et le déplacer. Il est possible d'agrandir ou de retrécir la figure. Pour cela :

ou



(9)

- Créer les points A$(-10,-10)$, B$(-5,-10)$, C$(-5,-5)$ et D$(-10,-5)$ puis le polygone ABCD. Renommer ce polygone en «poly».

- Créer un point quelconque M sur [AB] . Pour cela :

(2)

puis sélectionner le segment [AB] . Renommer ensuite le point crée en M.

- Créer le cercle $c1$ de centre A et de rayon AM. Pour cela :

(5)

puis sélectionner dans l'ordre les points A et M.

Créer le cercle $c2$ de centre B et de rayon BM.

- Créer le point E, intersection de $c1$ et de [AD] puis le point F, intersection de $c2$ et de [BC] . Pour cela :

(2)

et cliquer sur $c1$ puis sur [AD] .

- Cacher les deux cercles construits. Pour cela :

(9)

puis cliquer une fois sur chacun des cercles. Revenir ensuite en mode sélection.

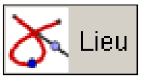
- Créer le polygone EMFC puis le renommer en «aire». La variable aire est associée à l'aire du polygone. Observer son évolution en déplaçant le point M sur [AB] .

- Calculer la longueur AM et la renommer en t. Créer alors le point P de coordonnées (t, aire). Activer le mode trace du point P. Pour cela, cliquer à l'aide du bouton droit de la souris sur le point P, et choisir «Trace activée». Déplacer à nouveau le point M sur [AB] et observer le lieu décrit par le point P lorsque le point M varie.

1/ a) Quel semble être le nom du lieu décrit par le point P ?

b) Pour quelle valeur $t_{\max}$ de t l'aire du quadrilatère EMFC est-elle maximale ?

- Désactiver le mode trace du point P puis faire apparaître le lieu qu'il décrit. Pour cela :

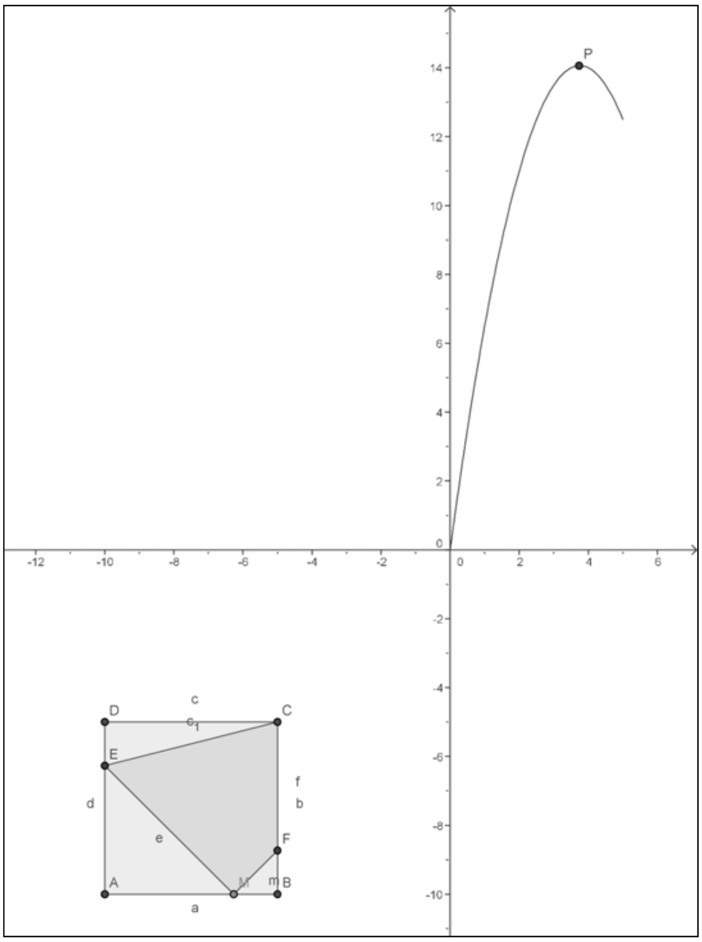


(6)

puis sélectionner dans l'ordre les points M et P.

Affiner la réponse concernant la valeur de $t_{\max}$.

2/ Ci-dessous, une copie écran de la figure obtenue dans cet exercice :



a) Calculer en fonction de t l'aire des triangles AME, MFB et CDE.

b) En déduire que :

$$\text{aire} = 7,5t - t^2$$

On note dans toute la suite f cette fonction.

c) Démontrer que pour tout $t \in [0\,;5]$:

$$f(t) = 14,0625 - (t - 3,75)^2$$

d) Étudier les variations de f sur $[0\,;3,75]$ puis sur $[3,75\,;5]$ et construire le tableau des variations de f sur $[0\,;5]$. En déduire la valeur exacte de $t_{\max}$.

3/ Dans le champ $\boxed{\text{Saisie}}$, taper :

```
g(x) = 14.0625 - (x - 3.75)^2
```

Observer la courbe tracée. Que peut-on en déduire ?

Exercice 4

Dans le menu $\boxed{\text{Fichier}}$, cliquer sur Nouveau pour commencer une nouvelle figure.

- Créer les points $A(-10, -10)$, $B(-2, -10)$, $C(-10, -4)$ puis le polygone ABC. Renommer ce polygone en « triangle ».

- Créer un point quelconque M sur $[BC]$.

- Créer la droite $d1$ perpendiculaire à [AC] et passant par M. Pour cela :

(4)

puis sélectionner le segment [AC] et le point M. Créer la droite $d2$ passant par M et perpendiculaire au segment $[AB]$.

- Créer le point P, intersection de $d1$ et [AC] puis le point Q, intersection de $d2$ et $[AB]$.

- Cacher les droites $d1$ et $d2$.

- Créer le polygone APMQ, le renommer en « aire ». Observer l'évolution de l'aire en modifiant la position du point M sur $[BC]$.

- Calculer la longueur CM et la renommer en t. Créer alors le point N de coordonnées (t, aire).

- Créer le lieu décrit par le point N lorsque M varie sur $[BC]$.

1/ a) Quel semble être le nom du lieu décrit par le point N ?

b) Pour quelle valeur $t_{\max}$ de t l'aire du quadrilatère APMQ est-elle maximale ?

2/ a) Calculer la valeur exacte de la longueur BC.

b) À l'aide du théorème de Thalès, démontrer que $PM = \dfrac{4t}{5}$ puis que $QM = 6 - \dfrac{3t}{5}$.

c) En déduire une expression de aire en fonction de t. On note $f(t)$ cette expression.

d) Démontrer que pour tout $t \in [0\,;10]$ on a :

$$f(t) = 12 - 12\left(\frac{t}{5} - 1\right)^2$$

e) Déduire de la question précédente, et sans faire trop de calculs, la valeur $t_{\max}$ pour laquelle l'aire de APMQ est maximale. Justifier la réponse.

Exercice 5

Commencer une nouvelle figure.

- Créer les points $A(0\,;0)$ et $B(5\,;0)$

- Créer le cercle (que l'on nommera cercle) de centre A et passant par B puis créer un point C à l'extérieur du cercle.

- Créer un point M quelconque sur le cercle puis créer le segment $[AM]$.

- Créer la droite $d1$ perpendiculaire à [AM] passant par M puis la droite $d2$ perpendiculaire à $d1$ passant par C. On note P le point d'intersection de $d1$ et $d2$.

- Cacher les droites $d1$ et $d2$

- Afficher le lieu décrit par le point P lorsque le point M décrit le cercle. À l'aide du bouton droit de la souris, cliquer sur le lieu tracé puis sélectionner $\boxed{\text{Propriétés}}$. Modifier la couleur du lieu en rouge et l'épaisseur du trait à 9.

- Faire varier le point C sur la figure et observer la forme du lieu tracé lorsque C est à l'extérieur, sur, puis à l'intérieur du cercle.